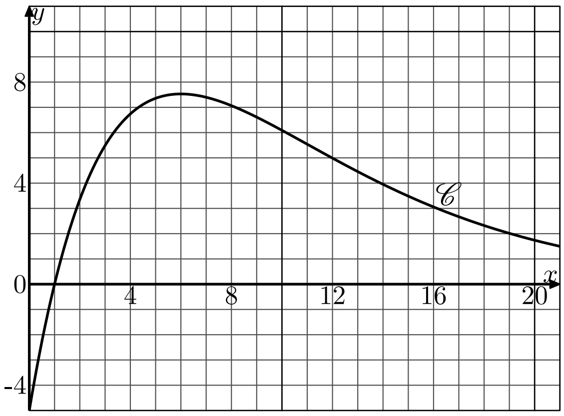
Intégration

Exercice 1

On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $\left[0\,;20\right]$.

Déterminer un encadrement, d'amplitude 4, par deux nombres entiers de :

$$I = \int_4^8 f(x)\,\mathrm{d}x$$



Exercice 2

Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est correcte. Laquelle?

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $\left[-10\,;10\right]$ dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	-10	-5	3	10
Variation de g	7 ↘	2 ↗	4 ↘	-6

On note $I = \displaystyle\int_{-5}^{3} g(x)\,\mathrm{d}x$. On peut affirmer que :

a. $-5 \leqslant I \leqslant 3$ b. $2 \leqslant I \leqslant 4$

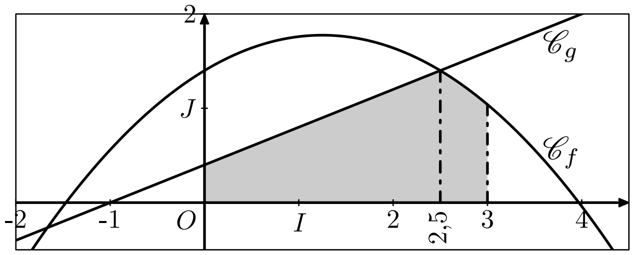
c. $16 \leqslant I \leqslant 32$ d. $4 \leqslant I \leqslant 8$

Exercice 3

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = -0{,}24{\cdot}x^2 + 0{,}6{\cdot}x + 1{,}4 \quad ; \quad g(x) = 0{,}4{\cdot}x + 0{,}4$$

Dans un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$, on a les représentations des courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ respectivement des fonctions f et g :



Pour a un nombre réel compris entre $\left[-1\,;4\right]$, on a les informations complémentaires :

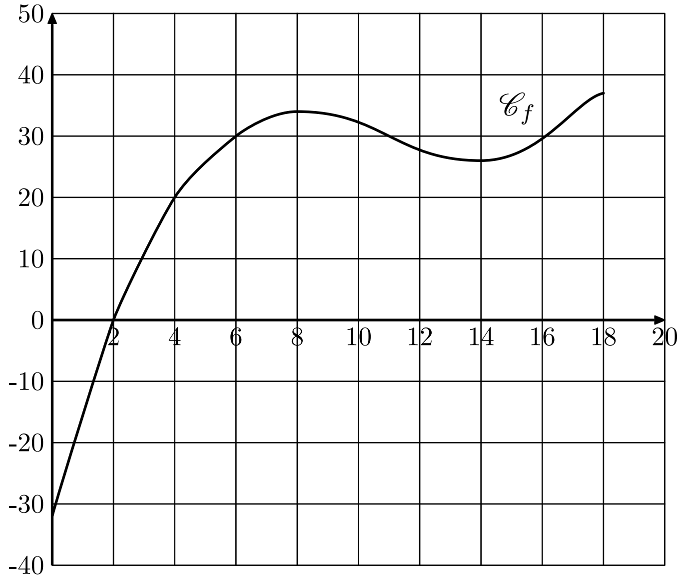
- Pour calculer l'aire du domaine sous la courbe $\mathscr{C}_f$ compris entre les droites $x=-1$ et $x=a$, on utilise le calcul intégral suivant :
$$\int_{-1}^{a} f(x)\,\mathrm{d}x = -0{,}08{\cdot}a^3 + 0{,}3{\cdot}a^2 + 1{,}4{\cdot}a + 0{,}3$$
- Pour calculer l'aire du domaine sous la courbe $\mathscr{C}_g$ compris entre les droites $x=-1$ et $x=a$, on utilise le calcul intégral suivant :

$$\int_{-1}^{a} g(x)\,\mathrm{d}x = 0{,}2{\cdot}a^2 + 0{,}4{\cdot}a + 0{,}2$$

Déterminer l'aire grisé en laissant les étapes de votre raisonnement.

Exercice 4

On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie et continue sur l'intervalle $[0\,;18]$:



Laquelle des réponses ci-dessous est correcte?

a. Toutes les primitives de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;18]$ sont négatives sur l'intervalle $[0\,;2]$.

b. Toutes les primitives de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;18]$ sont négatives sur l'intervalle $[8\,;12]$.

c. Toutes les primitives de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;18]$ sont croissantes sur l'intervalle $[0\,;2]$.

d. Toutes les primitives de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;18]$ sont croissantes sur l'intervalle $[8\,;12]$.

Exercice 5

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;7]$ d'expression :
$f(x) = 2{\cdot}x{\cdot}e^{-x+3}$

On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;7]$ par :
$F(x) = \big(-2{\cdot}x - 2\big){\cdot}e^{-x+3}$

1. Justifier que F est une primitive de f sur l'intervalle $[0\,;7]$.

2. Calculer la valeur exacte de l'aire, en unités d'aire, du domaine plan délimité par les droites d'équation $x=1$, $x=3$, l'axe des abscisses et la courbe $\mathscr{C}$.

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[3\,;13]$ par :
$f(x) = -2x + 20 - e^{-2x+10}$

Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_{3}^{13} f(x)\,\mathrm{d}x$.

On donne la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-3}.

Exercice 7

Pour chaque question, déterminer l'expression d'une fonction f admettant pour dérivée l'expression proposée :

a. $f'(x) = 3$ b. $f'(x) = 2x+1$ c. $f'(x) = x^3$

d. $f'(x) = -\dfrac{2}{x}$ e. $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ f. $f'(x) = e^{2x}$

Exercice 8

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes :

a. $f(x) = 2x + 1$ b. $g(x) = 1 - 3x$ c. $h(x) = 2x^2$

d. $i(x)=x^2+x+1$ e. $j(x) = 4x^3$ f. $k(x) = 1 - 2x^2$

Exercice 9

Déterminer une primitive de chacune des fonction suivantes :

a. $f(x) = -\dfrac{1}{x^2}$ b. $g(x) = \dfrac{2}{x^2}$ c. $h(x) = \dfrac{1}{2\cdot\sqrt{x}}$

d. $j(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x}}$ e. $k(x) = \dfrac{1}{x}$ f. $\ell(x) = e^x$

g. $m(x) = 3e^x$ h. $n(x) = -3\cdot e^{3\cdot x}$ i. $p(x) = e^{4\cdot x}$

