# Fonction logarithme népérien

## Exercice 1

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $\left]0\,;+\infty\right[$ par :
$f(x) = 3{\cdot}x - x{\cdot}\ln x$

On admet que $f$ est dérivable sur l'intervalle $\left]0\,;+\infty\right[$ et on désigne par $f'$ sa fonction dérivée.

Parmi les trois réponses ci-dessous, laquelle est exacte?

a. $f'(x) = 3 - \dfrac{1}{x}$ b. $f'(x) = 3 - \ln x$

c. $f'(x) = 2 - \ln x$

## Exercice 2

On note $g$ la fonction définie sur l'intervalle $\left]0\,;+\infty\right[$ par :
$g(x) = \big(x+1\big){\cdot}\ln(x)$

Parmi les réponses ci-dessous, laquelle est correcte?

a. $g'(x) = \dfrac{1}{x}$ b. $g'(x) = 1 + \ln(x)$

c. $g'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$ d. $g'(x) = 1 + \dfrac{1}{x} + \ln(x)$

## Exercice 3

Parmi les quatre réponses proposées, une seule est exacte. Préciser laquelle en justifiant votre réponse.

Soit $f$ la fonction définie sur $\left]0\,;+\infty\right[$ par :
$f(x) = x{\cdot}\ln(x) - x$
On note $f'$ sa fonction dérivée.

On a alors :

a. $f'(x) = 0$ b. $f'(x) = \ln(x)$

c. $f'(x) = \dfrac{1}{x} - 1$ d. $f'(x) = \dfrac{1}{x} - x$

## Exercice 4

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $\left]0\,;10\right]$ par :
$f(x) = -x{\cdot}\ln x + 2{\cdot}x + 1$

1. Calculer $f'(x)$.
2. Démontrer que la fonction $f$ admet un maximum sur l'intervalle $\left]0\,;10\right]$.
3. Calculer la valeur exacte du maximum de la fonction $f$ sur ce même intervalle.

## Exercice 5

Une seule des réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée.

La valeur exacte de $\ln\left(10{\cdot}e^2\right)$ est :

a. $2{\cdot}\ln\left(10\right) + 2$ b. $4{,}302\,585\,093$

c. $\ln\left(10\right) + 2$ d. $2{\cdot}\ln\left(10{\cdot}e\right)$

## Exercice 6

*Parmi les quatre propositions, une seule est exacte. Recopier la proposition exacte sans justification :*

Pour tout réel $x<0$, le nombre réel $\ln\left(-\dfrac{1}{x}\right)$ est égal à :

a. $\ln\left(x\right)$ b. $-\ln\left(-x\right)$ c. $-\ln\left(x\right)$ d. $\dfrac{1}{\ln\left(x\right)}$

## Exercice 7

Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est correcte. Laquelle?

La solution de l'équation $x^{23}=92$ est égale à :

a. 4 b. 1,2 c. $e^{\frac{\ln(92)}{23}}$ d. $e^{\frac{\ln(23)}{92}}$

## Exercice 8


Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est correcte. Laquelle?

La solution de l'équation $x^{23}=92$ est égale à :

a. 4 b. 1,2 c. $e^{\frac{\ln(92)}{23}}$ d. $e^{\frac{\ln(23)}{92}}$


## Exercice 9

Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est correcte. Laquelle?

La solution exacte de l'équation $\left(\frac{1}{2}\right)^x=\frac{3}{10}$ est :

a. 1,74 b. $\frac{\ln(10)-\ln(3)}{\ln(2)}$ c. $-\frac{\ln(3)}{\ln(5)}$ d. 0,5

## Exercice 10

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $[3\,;13]$ par :
$f(x)=-2x+20-e^{-2x+10}$

1. Montrer que la fonction dérivée $f'$, de la fonction $f$, définie pour tout $x$ de l'intervalle $[3\,;13]$, a pour expression :
   $f'(x)=2\cdot\left(-1+e^{-2x+10}\right)$

2. a. Résoudre dans l'intervalle $[3\,;13]$ l'inéquation :
   $f'(x)\geqslant 0$

   b. En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[3\,;13]$ et dresser le tableau de variations de $f$ sur cet intervalle. Les valeurs du tableau seront, si besoin, arrondies à $10^{-3}$.

## Exercice 11

On considère la suite $(u_n)$ définie pour tout entier naturel $n$ par la relation :
$u_n=-17{,}5\times 0{,}92^n+37{,}5$

1. Déterminer les deux premiers termes de cette suite.
2. Déterminer la limite de la suite $(u_n)$.
3. Les termes de la suite $(u_n)$ dépasseront-ils la valeur 30? Si oui, pour quel rang la première fois cette valeur sera-t-elle dépassée?

 