

Suites

Exercice 1

1. On considère la suite (u_n) dont les premiers termes sont :
 $u_0 = 2$; $u_1 = 5$; $u_2 = 9$; $u_3 = 12$

Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

2. On considère la suite (v_n) dont les premiers termes sont :

$$v_0 = 8 \quad ; \quad v_1 = 4 \quad ; \quad v_2 = 2 \quad ; \quad v_3 = \frac{1}{2}$$

Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite géométrique.

Exercice 2

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

2. On considère la suite (v_n) géométrique définie par :

$$v_0 = -2 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n$$

Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n) .

Exercice 3

Pour chaque question est définie une suite (u_n) pour tout entier naturel n . Dire si cette suite géométrique ou non en justifiant votre réponse et en donnant, le cas échéant, ses éléments caractéristiques :

a. $u_n = 3 \cdot n + 1$

b. $u_n = 5^n + 5^{n+1}$

c. $u_n = 2 \times \frac{4^n}{3^{n+1}}$

d. $u_n = n^n$

Exercice 4

On considère la suite géométrique de premier terme 1 et de raison 2.
La somme des 13 premiers termes de cette suite vaut :

Parmi les 3 réponses ci-dessous, laquelle est exacte?

a. 4095

b. 8191

c. $\frac{1 - 2^{14}}{1 - 2}$

Exercice 5

Parmi les quatre affirmations ci-dessous, une seule est exacte. Laquelle? Justifier votre réponse.

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
n ← 0
U ← 50
Tant que U < 120
    U ← 1,2 × U
    n ← n + 1
Fin Tant que
```

En fin d'exécution, quelle est la valeur de la variable n :

a. 4

b. 124,416

c. 5

d. 96

Exercice 6

On note $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ la somme des n premiers termes d'une suite (u_n) , n étant un entier naturel non nul. On admet que :

$$S_n = -250\,000 + 250\,000 \times 1,008^n$$

et que la suite (S_n) est croissante.

Déterminer, à l'aide de la calculatrice, à partir de quel rang, la suite S_n a une valeur supérieure à 125 000.

Exercice 7

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 150$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,8 \cdot u_n + 45$$

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$v_n = u_n - 225$$

1. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique et préciser son premier terme et sa raison.
2. En déduire que pour tout entier naturel n :
$$u_n = 225 - 75 \times 0,8^n$$

Exercice 8

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 10\,000$$

;

$$u_{n+1} = 0,75 \cdot u_n + 3\,000$$

pour tout $n \in \mathbb{N}$.

On définit la suite (v_n) définie par :

$$v_n = u_n - 12\,000$$

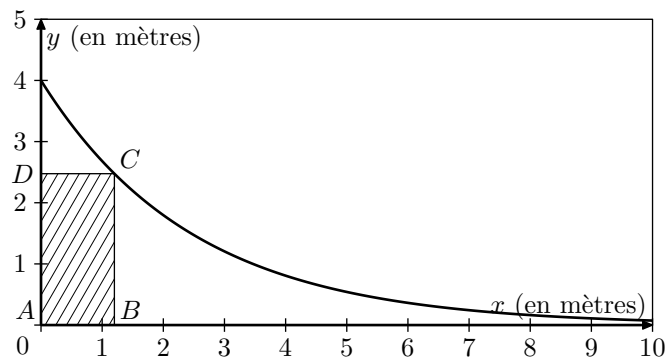
1. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75. Préciser son premier terme.
2. Exprimer v_n en fonction de n .
Déterminer la limite de la suite (v_n) .
3. Justifier que, pour tout entier naturel n :
$$u_n = 12\,000 - 2\,000 \times 0,75^n$$

Exercice 9

Un publicitaire envisage la pose d'un panneau publicitaire rectangulaire sous une partie de rampe de skateboard. Le profil de cette rampe est modélisé par la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par :

$$f(x) = 4 \cdot e^{-0,4x}$$

Cette courbe $\mathcal{C}_f$ est tracée ci-dessous dans un repère d'origine O :



Le rectangle $ABCD$ représente le panneau publicitaire et répond aux contraintes suivantes : le point A est situé à l'origine du repère, le point B est sur l'axe des abscisses, le point D est sur l'axe des ordonnées et le point C est sur la courbe $\mathcal{C}_f$.

On suppose que le point B a pour abscisse $x=2$.

Montrer qu'une valeur approchée de l'aire du panneau publicitaire est $3,6 \text{ m}^2$.

Exercice 10

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 75 \quad ; \quad u_{n+1} = 1,12 \cdot u_n - 6 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

On pose pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 50$

1. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. En préciser la raison et le premier terme.
2. En déduire l'expression de v_n en fonction de n puis montrer que, pour tout entier naturel n , on a :
$$u_n = 25 \times 1,12^n + 50$$
3. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation :
$$u_n > 100.$$